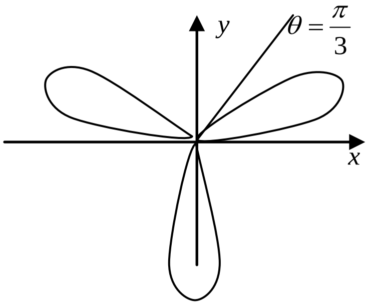
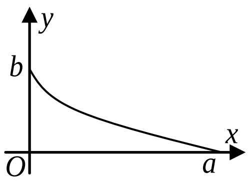
《定积分的应用与反常积分》自测题

一、计算题

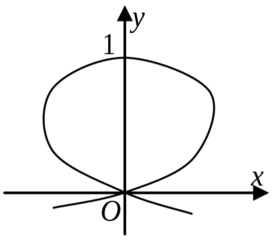
1．求三叶形曲线 $r=a\sin 3\theta\ (a>0)$ 所围图形的面积



2．求由曲线 $\sqrt{\frac{x}{a}}+\sqrt{\frac{y}{b}}=1\ (a,b>0)$ 与坐标轴所围图形的面积



3．求由曲线 $x=t-t^3$， $y=1-t^4$ 所围图形的面积



4．讨论下列无穷积分是否收敛？若收敛，则求其值：

（1） $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$；　（2） $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-x^2}dx$；　（3） $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2(1+x)}$

（4） $\int_0^{+\infty} e^{-x}\sin x dx$；　（5） $\int_0^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{e^x}}dx$；　（6） $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}=$

二、单选题

1．)曲线 $y=x^2$ 与 $y=x$ 所围成的图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积是(　　　)

A　　　　　　　　B

C　　　　　　　　$D\ \pi^2\int_0^1(x^4-x^2)^2dx$

2．旋轮线 $x=a(t-\sin t).y=a(1-\cos t)$ $(a>0．0\le t\le \pi 2$ 一拱与 x 轴围成共区

域面积为(　　　)

A 2　a　　　　B 3　　　　C　　　　D

3．下列广义积分收敛的是(　　　)

$A\ \int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}dx$　　$B\ \int_0^1\frac{1}{x^3}dx$　　$C\ \int_0^1\frac{1}{\sqrt[10]{x^9}}dx$　　$D\ \int_0^1\frac{1}{\sqrt[9]{x^{10}}}dx$

4．下列广义积分发散的是(　　　)

$A\ \int_0^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$　　$B\ \int_e^{+\infty}\frac{\ln x}{x}dx$　　$C\ \int_0^1\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$　　$D\ \int_0^1\frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

5．设 $f(x)>0$．且$\int_0^{+\infty}f(x)dx$收敛，则$\int_0^{+\infty}e^{-x}f(x)dx$　(　　　)

A可能收敛　　B可能发散　　C一定收敛　　D一定发散

6．下列广义积分收敛的是(　　　)

$A\ \int_e^{+\infty}\frac{\ln x}{x}dx$　　$B\ \int_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x}$　　$C\ \int_e^{+\infty}\frac{dx}{x(\ln x)^2}$　　$D\ \int_e^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

7．下述结论正确的是(　　　)

A　$0<p\le 1$时$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$　收敛　　B　$p\ge 1$时　$\int_0^1\frac{dx}{x^p}$收敛

C　0<p<1 时　$\int_0^1\frac{dx}{x^p}$收敛　　D　p>0 时　$\int_0^1\frac{dx}{x^p}$收敛

四、综合题

1．设 $M>A_0$　f 在 $[a,+\infty)$ 上可导，且 $\int_a^{\infty}f(x)dx$与$\int_a^{+\infty}f'(x)dx$ 均收敛．证明: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

2．设 f 是$[a,\infty)$上连续可微函数且当 $x\to+\infty$ 时 f 递减趋于零,则当且仅当$\int_a^{+\infty}f(x)dx$收敛时$\int_a^{+\infty}xf'(x)dx$收敛.

3．判别无穷积分$\int_1^{+\infty}\frac{\cos x\sin\frac{1}{x}}{x}dx$的收敛性.

4．证明：若$\int_1^{+\infty}xf(x)dx$收敛，则$\int_1^{+\infty}f(x)dx$亦必收敛.