

第二章 练习题

一、判断题

1. 若 A 与 B 都是 n 阶对称矩阵, 则 AB 也是对称矩阵. ()
2. 已知同阶方阵 A, B, C 满足 $AB = AC$, 则 $B = C$. ()
3. 设 A 和 B 都是 n 阶可逆矩阵, 则 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. ()
4. 对 n 阶方阵 A , 若 $A^2 = A$, 则 $A = 0$ 或 $A = E$. ()
5. 设 A 是 n 阶方阵, 则 $|2A| = 2^n |A|$. ()
6. 设 n 阶矩阵 A 的伴随矩阵为 A^* , 则 $|A^*| = |A|^{n-1}$. ()
7. 设 A 为 n 阶方阵, 满足 $A^2 - A - 2E = 0$, 则 A 不可逆. ()
8. 设 A 为 n 阶可逆方阵, 则 $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$. ()
9. 对 n 阶方阵 A, B , 若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$. ()
10. 设 A 为 n 阶方阵, 则 $|kA| = k|A|$. ()
11. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 且 $AB = 0$, 则 $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$. ()

二、选择题

12. 设 A, B, C 均为 n 阶方阵, 且 $AB = BA, AC = CA$, 则 $ABC =$ ()
A. ACB ; B. CBA ; C. BCA ; D. CAB .
13. 设 4 阶方阵 A 的行列式为 2, 则 A 的伴随矩阵 A^* 的行列式为 ()
A. 8; B. 4; C. 2; D. 1.
14. A, B 为同阶方阵, $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 成立的充要条件是 ()
A. $A = E$; B. $B = O$; C. $A = B$; D. $AB = BA$;
15. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 则必有 () 成立
A. $|A+B| = |A| + |B|$; B. $|AB| = |BA|$;
C. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$; D. $(AB)^T = A^T B^T$.
16. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, 则下列矩阵运算有意义的是 ()
A. ACB ; B. ABC ; C. BAC ; D. CBA .
17. 若 A 是 n 阶可逆矩阵, 则下列命题中错误的是 ()

A. $A+E$ 必可逆; B. A^2 必可逆; C. $-A$ 必可逆; D. A^{-1} 必可逆.

18. 设矩阵 $A_{m \times n}$, $B_{k \times l}$ 且 AB 有意义, 则 ()

A. $n=k$; B. $l=m$; C. $m=k$; D. $n=l$.

19. 下列选项正确的是 ()

A. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$; B. $|kA| = k|A|$; C. $AB = BA$; D. $(AB)^T = B^T A^T$.

20. 设 A 、 B 、 C 都是 n 阶方阵且 $ABC=E$, 则下列等式: (1) $BCA=E$; (2) $BAC=E$;

(3) $CAB=E$; (4) $CBA=E$ 正确的有 ().

A. 1 个; B. 2 个; C. 3 个; D. 4 个.

21. 设 A 为 n 阶方阵, 则下列方阵哪一个是对称矩阵 ()

A. $A-A^T$; B. CAC^T , C 为任意 n 阶方阵;

C. AA^T ; D. $(AA^T)B$, B 为 n 阶对称阵.

22. 下列选项正确的是 ()

A. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ B. $|kA| = k|A|$
C. $AB = BA$ D. $(AB)^T = B^T A^T$

三、填空题

23. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} =$ _____.

24. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

25. 设方阵 A 满足 $A^2 + 2A + 2E = O$, 则 $(A+2E)^{-1} =$ _____.

26. 设 A 为三阶方阵, 且其行列式 $|A| = -3$, 若记 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 则

$|\alpha_1, 2\alpha_2, \alpha_3 - 2\alpha_2| =$ _____.

27. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 那么使 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 成立的充分必要条件是 _____.

28. 设 A 为 4 阶矩阵, $|A| = \frac{1}{3}$, 则 $|3A^* - 4A^{-1}| =$ _____.

29. 设 A, B 是两个可逆矩阵, 则 $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}^{-1} =$ _____.

30. 设 A 为 3 阶矩阵, $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(2A)^{-1} - 5A^*|$ 为: _____.

31. A^* 是 3 阶矩阵 A 的伴随矩阵, $|A| = 2$, 则 $|A^*| =$ _____.

四、计算题

32. 求 $(1, 2, 3) \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; (答案 (10)) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} (1, 2, 3)$; (答案 $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$)

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$. (答案 $\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 13 & -15 \end{bmatrix}$)

设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, 求 AB . (答案 $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$)

33. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 满足矩阵方程 $AX = B$, 求矩阵 X .

(答案 $\begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 3 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$)

34. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, 计算 AB^T . (答案 $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$)

35. 解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. (答案 $\begin{bmatrix} 2 & -11 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$)

36. 求方阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵. (答案 $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -\frac{13}{2} & 3 & \frac{1}{2} \\ -16 & 7 & -1 \end{bmatrix}$)