（1）排列组合公式

$A_m^n=\frac{m!}{(m-n)!}$　从 m 个人中挑出 n 个人进行排列的可能数.

$C_m^n=\frac{m!}{n!(m-n)!}$　从 m 个人中挑出 n 个人进行组合的可能数.

（2）加法和乘法原理

加法原理（两种方法均能完成此事）：m+n

某件事由两种方法来完成，第一种方法可由 m 种方法完成，第二种方法可由 n 种方法来完成，则这件事可由 m+n 种方法来完成。

乘法原理（两个步骤分别不能完成这件事）：m×n

某件事由两个步骤来完成，第一个步骤可由 m 种方法完成，第二个步骤可由 n 种方法来完成，则这件事可由 m×n 种方法来完成。

（3）一些常见排列

重复排列和非重复排列（有序）

对立事件（至少有一个）

顺序问题

（4）随机试验和随机事件

如果一个试验在相同条件下可以重复进行，而每次试验的可能结果不止一个，但在进行一次试验之前却不能断言它出现哪个结果，则称这种试验为随机试验。

试验的可能结果称为随机事件。

（5）基本事件、样本空间和事件

在一个试验下，不管事件有多少个，总可以从其中找出这样一组事件，它具有如下性质：

①每进行一次试验，必须发生且只能发生这一组中的一个事件；

②任何事件，都是由这一组中的部分事件组成的。

这样一组事件中的每一个事件称为基本事件，用ω来表示。

基本事件的全体，称为试验的样本空间，用Ω表示。

一个事件就是由Ω中的部分点（基本事件ω）组成的集合。通常用大写字母 A，B，C，…表示事件，它们是Ω的子集。

Ω为必然事件，$\emptyset$为不可能事件。

不可能事件（$\emptyset$）的概率为零，而概率为零的事件不一定是不可能事件；同理，必然事件（Ω）的概率为 1，而概率为 1 的事件也不一定是必然事件。

（6）事件的关系与运算

①关系：

如果事件 A 的组成部分也是事件 B 的组成部分，（A 发生必有事件 B 发生）：$A \subset B$

如果同时有 $A \subset B$，$B \supset A$，则称事件 A 与事件 B 等价，或称 A 等于 B：$A=B$。

A、B 中至少有一个发生的事件：$A \cup B$，或者 $A+B$。

属于 A 而不属于 B 的部分所构成的事件，称为 A 与 B 的差，记为 $A-B$，也可表示为 $A-AB$ 或者 $A\overline{B}$，它表示 A 发生而 B 不发生的事件。

A、B 同时发生：$A \cap B$，或者 AB。$A \cap B=\emptyset$，则表示A与B不可能同时发生，称事件A与事件B互不相容或者互斥。基本事件是互不相容的。

$\Omega-A$ 称为事件A的逆事件，或称A的对立事件，记为 $\overline{A}$。它表示A不发生的事件。互斥未必对立。

②运算：

结合率：$A(BC)=(AB)C \quad A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

分配率：$(AB)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C) \quad (A\cup B)\cap C=(AC)\cup(BC)$

德摩根率：$\overline{\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}$　　$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$，$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

（7）概率的公理化定义

设Ω为样本空间，A为事件，对每一个事件A都有一个实数P(A)，若满足下列三个条件：

1°　0≤P(A)≤1，

2°　P（Ω）=1

3°　对于两两互不相容的事件A_1，A_2，…有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

常称为可列（完全）可加性。

则称P(A)为事件A的概率。

（8）古典概型

1°　$\Omega = \{\omega_1, \omega_2 \cdots \omega_n\}$，

2°　$P(\omega_1) = P(\omega_2) = \cdots P(\omega_n) = \frac{1}{n}$。

设任一事件A，它是由$\omega_1, \omega_2 \cdots \omega_m$组成的，则有

$P(A)=\{(\omega_1) \cup (\omega_2) \cup \cdots \cup (\omega_m)\}$ $= P(\omega_1) + P(\omega_2) + \cdots + P(\omega_m)$

$$=\frac{m}{n}=\frac{A所包含的基本事件数}{基本事件总数}$$

（9）几何概型

若随机试验的结果为无限不可数并且每个结果出现的可能性均匀，同时样本空间中的每一个基本事件可以使用一个有界区域来描述，则称此随机试验为几何概型。对任一事件 A，

$P(A)=\frac{L(A)}{L(\Omega)}$。其中 L 为几何度量（长度、面积、体积）。

（10）加法公式

P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)

当 P(AB)＝0 时，P(A+B)=P(A)+P(B)

（11）减法公式

P(A-B)=P(A)-P(AB)

当 B$\subset$A 时，P(A-B)=P(A)-P(B)

当 A=Ω 时，P($\overline{B}$)=1- P(B)

（12）条件概率

定义 设 A、B 是两个事件，且 P(A)>0，则称$\frac{P(AB)}{P(A)}$为事件 A 发生条件

下，事件B发生的条件概率，记为$P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$。

条件概率是概率的一种，所有概率的性质都适合于条件概率。

例如$P(\Omega/B)=1 \Rightarrow P(\overline{B}/A)=1-P(B/A)$

（13）乘法公式

乘法公式：$P(AB)=P(A)P(B/A)$

更一般地，对事件A_1，A_2，…A_n，若$P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$，则有

$P(A_1A_2\ldots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\ldots\ldots P(A_n|A_1A_2\ldots A_{n-1})$。

（14）独立性

①两个事件的独立性

设事件A、B满足$P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件A、B是相互独立的。

若事件A、B相互独立，且$P(A)>0$，则有

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(A)P(B)}{P(A)}=P(B)$$

若事件A、B相互独立，则可得到$\overline{A}$与B、A与$\overline{B}$、$\overline{A}$与$\overline{B}$也都相互独立。

必然事件Ω和不可能事件Ø与任何事件都相互独立。

Ø与任何事件都互斥。

②多个事件的独立性

设 ABC 是三个事件，如果满足两两独立的条件，

P(AB)=P(A)P(B)；P(BC)=P(B)P(C)；P(CA)=P(C)P(A)

并且同时满足 P(ABC)=P(A)P(B)P(C)

那么 A、B、C 相互独立。

对于 n 个事件类似。

（15）全概公式

设事件$B_1, B_2, \cdots, B_n$满足

1° $B_1, B_2, \cdots, B_n$两两互不相容，$P(B_i) > 0 (i = 1,2,\cdots,n)$，

2° $A \subset \bigcup_{i=1}^{n} B_i$，

则有

$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \cdots + P(B_n)P(A|B_n)$。

（16）贝叶斯公式

设事件B_1，B_2，…，B_n及A满足

1° B_1，B_2，…，B_n两两互不相容，$P(Bi)>0$，$i=1$，2，…，n，

2° $A\subset\bigcup_{i=1}^{n}B_i$，$P(A)>0$，

则

$$P(B_i/A)=\frac{P(B_i)P(A/B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A/B_j)}$$，i=1，2，…n。

此公式即为贝叶斯公式。

$P(B_i)$，（$i=1$，2，…，n），通常叫先验概率。$P(B_i/A)$，（$i=1$，2，…，n），通常称为后验概率。贝叶斯公式反映了“因果”的概率规律，并作出了“由果朔因”的推断。

（17）伯努利概型

我们作了n次试验，且满足

- 每次试验只有两种可能结果，A发生或A不发生；
- n次试验是重复进行的，即A发生的概率每次均一样；
- 每次试验是独立的，即每次试验A发生与否与其他次试验A发生与否是互不影响的。

这种试验称为伯努利概型，或称为n重伯努利试验。

用p表示每次试验A发生的概率，则$\overline{A}$发生的概率为$1-p=q$，用$P_n(k)$

表示n重伯努利试验中A出现$k(0 \le k \le n)$次的概率，

$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$， $k = 0,1,2,\cdots,n$ 。