<table>
<tr>
<td rowspan="2">（1）联合分布</td>
<td>离散型</td>
<td>
如果二维随机向量ξ（X，Y）的所有可能取值为至多可列个有序对（x, y），则称ξ为离散型随机量。

设ξ =（X，Y）的所有可能取值为$(x_i, y_j)(i, j = 1,2,\cdots)$，且事件{$\xi = (x_i, y_j)$}的概率为$p_{i,j,}$, 称

$$P\{(X,Y) = (x_i, y_j)\} = p_{ij}(i, j = 1,2,\cdots)$$
为ξ =（X，Y）的分布律或称为 X 和 Y 的联合分布律。联合分布有时也用下面的概率分布表来表示：
<table>
<tr><td>$X \backslash Y$</td><td>y_1</td><td>y_2</td><td>$\cdots$</td><td>y_j</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>x_1</td><td>p_{11}</td><td>p_{12}</td><td>$\cdots$</td><td>p_{1j}</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>x_2</td><td>p_{21}</td><td>p_{22}</td><td>$\cdots$</td><td>p_{2j}</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td><td></td><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>p_{i1}</td><td></td><td>$\cdots$</td><td>p_{ij}</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td><td></td><td>$\vdots$</td><td>$\vdots$</td></tr>
</table>
这里$p_{i,j}$具有下面两个性质：
（1）$p_{i,j} \geqslant 0$（i, j=1, 2, …）；
（2）$\sum_i \sum_j p_{ij} = 1.$
</td>
</tr>
<tr>
<td>连续型</td>
<td>
对于二维随机向量$\xi = (X,Y)$，如果存在非负函数$f(x, y)(-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty)$，使对任意一个其邻边分别平行于坐标轴的矩形区域 D，即 D={(X, Y)|a<x<b, c<y<d}有
$$P\{(X,Y) \in D\} = \iint_D f(x, y)dxdy,$$
则称ξ为连续型随机向量；并称 f(x, y)为ξ=（X，Y）的分布密度或称为 X 和 Y 的联合分布密度。
分布密度 f(x, y)具有下面两个性质：
（1） f(x, y)≥0；
（2） $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dxdy = 1.$
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>（2）二维随机变量的本质</td><td colspan="2">$\xi(X=x,Y=y)=\xi(X=x\bigcap Y=y)$</td></tr>
<tr><td>（3）联合分布函数</td><td colspan="2">设（X，Y）为二维随机变量，对于任意实数 x, y, 二元函数
$$F(x,y)=P\{X\le x,Y\le y\}$$
称为二维随机向量（X，Y）的分布函数，或称为随机变量 X 和 Y 的联合分布函数。
分布函数是一个以全平面为其定义域，以事件 $\{(\omega_1,\omega_2)\mid-\infty<X(\omega_1)\le x,-\infty<Y(\omega_2)\le y\}$ 的概率为函数值的一个实值函数。分布函数 F(x, y) 具有以下的基本性质：
（1）$0\le F(x,y)\le 1$;
（2）F（x, y）分别对 x 和 y 是非减的，即
当$x_2>x_1$时，有F（x_2, y）≥F(x_1, y)；当$y_2>y_1$时，有F(x, y_2) ≥F(x, y_1)；
（3）F（x, y）分别对 x 和 y 是右连续的，即
$$F(x,y)=F(x+0,y),F(x,y)=F(x,y+0);$$
（4）$F(-\infty,-\infty)=F(-\infty,y)=F(x,-\infty)=0,F(+\infty,+\infty)=1.$
（5）对于 $x_1<x_2$，$y_1<y_2$，
$F(x_2，y_2)-F(x_2，y_1)-F(x_1，y_2)+F(x_1，y_1)\ge 0.$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">（4）边缘分布</td><td>离散型</td><td>X 的边缘分布为
$P_{i\bullet}=P(X=x_i)=\sum_j p_{ij}(i,j=1,2,\cdots)$；
Y 的边缘分布为
$P_{\bullet j}=P(Y=y_j)=\sum_i p_{ij}(i,j=1,2,\cdots)$。</td></tr>
<tr><td>连续型</td><td>X 的边缘分布密度为
$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy;$
Y 的边缘分布密度为
$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx.$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">（5）独立性</td><td>一般型</td><td>F(X, Y)=F_X(x)F_Y(y)</td></tr>
<tr><td>离散型</td><td>$p_{ij}=p_{i\bullet}p_{\bullet j}$
有零不独立</td></tr>
<tr><td>连续型</td><td>f(x, y)=f_X(x)f_Y(y)</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>二维正态分布</td>
<td>$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2-\frac{2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]},$$
$\rho=0$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>随机变量的函数</td>
<td>若$X_1,X_2,\cdots X_m,X_{m+1},\cdots X_n$相互独立， h,g为连续函数，则：
h（X_1，X_2，$\cdots X_m$）和g（X_{m+1}，$\cdots X_n$）相互独立。
特例：若 X 与 Y 独立，则：h（X）和 g（Y）独立。
例如：若 X 与 Y 独立，则：3X+1 和 5Y-2 独立。</td>
</tr>
<tr>
<td>（6）二维均匀分布</td>
<td colspan="2">设随机向量（X，Y）的分布密度函数为
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{S_D} & (x,y)\in D\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$
其中S_D为区域D的面积，则称（X，Y）服从D上的均匀分布，记为（X，Y）～U（D）。</td>
</tr>
<tr>
<td>（7）二维正态分布</td>
<td colspan="2">设随机向量（X，Y）的分布密度函数为
$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}}e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2-\frac{2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+\left(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]},$$
其中$\mu_1,\mu_{2,}\sigma_1>0,\sigma_2>0,|\rho|<1$是 5 个参数，则称（X，Y）服从二维正态分布，
记为（X，Y）～N（$\mu_1,\mu_{2,}\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho).$
由边缘密度的计算公式，可以推出二维正态分布的两个边缘分布仍为正态分布，
即 X～N（$\mu_1,\sigma_1^2),Y\sim N(\mu_{2,}\sigma_2^2).$
但是若 X～N（$\mu_1,\sigma_1^2),Y\sim N(\mu_{2,}\sigma_2^2)$，(X，Y)未必是二维正态分布。</td>
</tr>
<tr>
<td>（8）函数分布</td>
<td>Z=X+Y</td>
<td>根据定义计算：$F_Z(z)=P(Z\le z)=P(X+Y\le z)$
对于连续型，$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx$
两个独立的正态分布的和仍为正态分布（$\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2$）。
n 个相互独立的正态分布的线性组合，仍服从正态分布。
$\mu=\sum_i C_i\mu_i$， $\sigma^2=\sum_i C_i^2\sigma_i^2$</td>
</tr>
</table>

	Z=max,min($X_1,X_2,\cdots X_n$)	若 $X_1,X_2\cdots X_n$ 相互独立，其分布函数分别为 $F_{x_1}(x)$，$F_{x_2}(x)\cdots F_{x_n}(x)$，则Z=max,min($X_1,X_2,\cdots X_n$)的分布函数为： $F_{\max}(x)=F_{x_1}(x)\bullet F_{x_2}(x)\cdots F_{x_n}(x)$ $F_{\min}(x)=1-[1-F_{x_1}(x)]\bullet[1-F_{x_2}(x)]\cdots[1-F_{x_n}(x)]$
	χ^2 分布	设 n 个随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，且服从标准正态分布，可以证明它们的平方和 $$W=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$$ 的分布密度为 $$f(u)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}u^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{u}{2}} & u\geq 0,\\ 0, & u<0.\end{cases}$$ 我们称随机变量W服从自由度为n的 χ^2 分布，记为W～ $\chi^2(n)$，其中 $$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)=\int_0^{+\infty}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-x}dx.$$ 所谓自由度是指独立正态随机变量的个数，它是随机变量分布中的一个重要参数。 χ^2 分布满足可加性：设 $$Y_i\ -\chi^2(n_i),$$ 则 $$Z=\sum_{i=1}^{k}Y_i\sim\chi^2(n_1+n_2+\cdots+n_k).$$

	t 分布	设 X，Y 是两个相互独立的随机变量，且 $$X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(n),$$ 可以证明函数 $$T = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$ 的概率密度为 $$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \qquad (-\infty < t < +\infty).$$ 我们称随机变量 T 服从自由度为 n 的 t 分布，记为 T～t(n)。 $t_{1-\alpha}(n) = -t_\alpha(n)$
	F 分布	设 $X \sim \chi^2(n_1), Y \sim \chi^2(n_2)$，且 X 与 Y 独立，可以证明 $F = \frac{X/n_1}{Y/n_2}$ 的概率密度函数为 $$f(y) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} y^{\frac{n_1}{2}-1}\left(1+\frac{n_1}{n_2}y\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}, y \geq 0 \\ 0, y < 0 \end{cases}$$ 我们称随机变量F服从第一个自由度为n_1,第二个自由度为n_2的F分布，记为F～f(n_1, n_2). $$F_{1-\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_\alpha(n_2, n_1)}$$