

定积分考研（数三）真题

一、选择题（将最佳答案的序号填写在括号内）

1. (07年, 4分) 如图。连续函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-3,-2],[2,3]$ 上的图形分别是直径为 1 的上下半圆周, 在区间 $[-2,0],[0,2]$ 的图形分别是直径为 2 的下、上半圆周, 设 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$, 则下列结论正确的是 ()

- (A) $F(3)=-\frac{3}{4}F(-2)$ (B) $F(3)=\frac{5}{4}F(2)$
(C) $F(-3)=\frac{5}{4}F(2)$ (D) $F(-3)=\frac{5}{4}F(-2)$

2. (08年, 4分) 曲线段方程为 $y=f(x)$ 函数在区间 $[0,a]$ 上有连续导数, 则定积分 $\int_0^a xf'(x)dx$ 为 ()

- (A) 曲边梯形 $ABCD$ 面积. (B) 梯形 $ABCD$ 面积.
(C) 曲边三角形 ACD 面积. (D) 三角形 ACD 面积.

二、填空题

1. (10年, 4分) 设位于曲线 $y=\frac{1}{\sqrt{x(1+\ln^2 x)}} (e \leq x < +\infty)$ 下方, x 轴上方的无界区域为 G , 则 G 绕 x 轴旋转一周所得空间区域的体积是_____.

2. (11年, 4分) 曲线 $y=\sqrt{x^2-1}$, 直线 $x=2$ 及 x 轴所围成的平面

图形绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积为_____

三、计算题

1. (94年, 8分) 已知曲线 $y=a\sqrt{x} (a>0)$ 与曲线 $y=\ln\sqrt{x}$ 在点 (x_0, y_0) 处有公切线, 求 (1) 常数 a 及切点 (x_0, y_0) ; (2) 两曲线与 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积 V_x 。

2. (02年, 7分) 设 D_1 是由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a, x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面区域, D_2 是由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a, y=0$ 所围成的平面区域, 其中 $0 < a < 2$ 。

(1) 试求 D_1 绕 x 轴旋转而成的旋转体体积 V_1 , 试求 D_2 绕 y 轴旋转而成的旋转体体积 V_2

(2) 当 a 为何值时, V_1+V_2 取得最大值, 试求最大值。

3. (06年, 10分) 在 xoy 坐标平面上, 连续函数 L 过点 $M(1,0)$, 其上任意点 $P(x,y) (x \neq 0)$ 处的切线斜率与直线 OP 的斜率之差等于 ax (常数 $a > 0$) (1) 求 L 的方程; (2) 当 L 与直线 $y=ax$ 所围成的平面图形面积为 $\frac{8}{3}$ 时, 确定 a 的值。