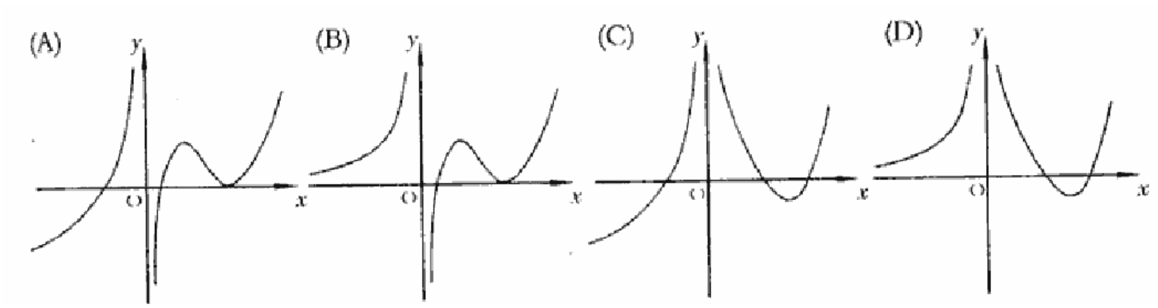
一元函数导数与微分（数二）考研真题

一、选择题（将最佳答案的序号填写在括号内）

1、（01 年，3 分）设函数 $f(x)$ 在定义域内可导，$y=f(x)$ 的图形如右图所示：

则 $y=f'(x)$ 的图形为（　）



2、(02,3 分). 函数 $f(u)$ 可导，$y=f(x^2)$ 当自变量 x 在 $x=-1$ 处取得增量 $\Delta x=-0.1$ 时，相应的函数增量 Δy 的线性主部为 0．1，则 $f'(1)=$

（A）－1；　（B）0．1；

（C）1；　（D）0．5．

3、(02，3 分）设函数 $f(x)$ 在 R^+ 上有界且可导，则

(A)当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$；

（B）当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$；

(C) 当 $\lim\limits_{x\to0+} f(x)=0$ 时，必有 $\lim\limits_{x\to0+} f'(x)=0$；

(D) 当 $\lim\limits_{x\to0+} f'(x)$ 存在时，必有 $\lim\limits_{x\to0+} f'(x)=0$.

4、(03，4 分）已知 $y=\dfrac{x}{\ln x}$ 是微分方程 $y'=\dfrac{y}{x}+\varphi(\dfrac{x}{y})$ 的解，则 $\varphi(\dfrac{x}{y})$ 的表达式为

（A）$-\dfrac{y^2}{x^2}$.　　(B) $\dfrac{y^2}{x^2}$.

(C) $-\dfrac{x^2}{y^2}$.　　(D) $\dfrac{x^2}{y^2}$.　　[　]

5、(04，4 分）设函数 $f(x)$ 连续，且 $f'(0)>0$，则存在 $\delta>0$，使得

（A）$f(x)$ 在 $(0,\delta)$ 内单调增加.

（B）$f(x)$ 在 $(-\delta,0)$ 内单调减小.

（C）对任意的 $x\in(0,\delta)$ 有 $f(x)>f(0)$.

（D）对任意的 $x\in(-\delta,0)$ 有 $f(x)>f(0)$.　　[　]

6、(05，4 分）设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^{3n}}$，则 f(x)在 $(-\infty,+\infty)$ 内

(A)　处处可导.　　(B)　恰有一个不可导点.

(C)　恰有两个不可导点.　　(D)　至少有三个不可导点.　　[　]

7、(05，4 分）设函数 y=y(x)由参数方程 $\begin{cases} x=t^2+2t, \\ y=\ln(1+t) \end{cases}$ 确定，则曲线 y=y(x)在 x=3 处的法线与 x 轴交点的横坐标是

(A)　$\dfrac{1}{8}\ln2+3$.　　(B)　$-\dfrac{1}{8}\ln2+3$.

(C)　$-8\ln2+3$.　　(D)　$8\ln2+3$.　　[　]

8、(06,4 分) 设函数 $y=f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(x)>0,\ f''(x)>0$，Δx 为自变量 x 在 x_0 处的增量，Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分，若 $\Delta x>0$，则

（A）$0<dy<\Delta y$.　　（B）$0<\Delta y<dy$.

（C）$\Delta y<dy<0$.　　（D）$dy<\Delta y<0$.　　[　]

9、（06，4 分）设函数 $g(x)$ 可微，$h(x)=e^{1+g(x)}, h'(1)=1, g'(1)=2$，则 $g(1)$ 等于

（A）$\ln 3-1.$　　　　（B）$-\ln 3-1.$

（C）$-\ln 2-1.$　　　　（D）$\ln 2-1.$　　　　[ ]

10、 (07，4 分) 设函数 f（x）在 x=0 处连续，下列命题错误的是　　　　[ ]

A. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$

B. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在，$f(0)=0$

C. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)=0$

D. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}$ 存在，$f(0)=0$

11、(07， 4 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上具有二阶导数，且 $f''(x)>0$，

令 $u_n=\ f(n)=1,2.......,n,$ 则下列结论正确的是　　　　[ ]

A.若 $u_1>u_2$，则 $\{u_n\}$ 必收敛　　　B. 若 $u_1>u_2$，则 $\{u_n\}$ 必发散

C. 若 $u_1<u_2$，则 $\{u_n\}$ 必收敛　　　D. 若 $u_1<u_2$，则 $\{u_n\}$ 必发散

12、(07，4 分) 二元函数 $f(x,y)$ 在点（0，0）处可微的一个充分条件是[ ]

A. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\left[f(x,y)-f(0,0)\right]=0$

B. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}=0$，且 $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{f(0,y)-f(0,0)}{y}=0$

C. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$

D. $\lim\limits_{x\to 0}\left[f'_x(x,0)-f'_x(0,0)\right]=0$, 且 $\lim\limits_{y\to 0}\left[f'_y(x,0)-f'_y(0,0)\right]=0,$

13、(10，4 分) 曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y=a\ln x(a\neq 0)$ 相切，则 $a=$ ________

$(A)\ 4e$　$(B)\ 3e$　$(C)\ 2e$　$(D)\ e$

二、填空题

1、(01，3 分) 曲线 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 在点（0，1）处 的切线方程为 ：

2、(03，4 分) 设函数 y=f(x)由方程 $xy+2\ln x=y^4$ 所确定，则曲线 y=f(x)在点(1,1)处的切线方程是________ .

3、(05，4 分) 设 $y=(1+\sin x)^x$，则 $dy|_{x=\pi}=$______ .

4、(06，4 分) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=1-xe^y$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{A=0}=$________.

5、(07，4 分) 曲线 $\begin{cases}x=\cos t+\cos^2 t\\ y=1+\sin t\end{cases}$ 上对应于 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 的点处的法线斜率为_____

6、(07，4 分) 设函数 $y=\dfrac{1}{2x+3}$，则 $y^n(0)=$_____.

7、(08，4 分) 曲线 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为 ________ .

8、(09，4 分) 曲线 $\begin{cases}x=\int_0^{1-t}e^{-u^2}du\\ y=t^2\ln(2-t^2)\end{cases}$ 在（0，0）处的切线方程为__________

9、(09，4 分) 设 $y=y(x)$ 是方程 $xy+e^y=x+1$ 确定的隐函数，则 $\dfrac{dy^2}{dx^2}|_{x=0}=$__________

10、(10，4 分) 函数 $y=\ln(1-2x)$ 在 $x=0$ 处的 n 阶导数 $y^{(n)}(0)=$ ____________

11、(10，4 分) 已知一个长方形的长 l 以 $2cm/s$ 的速率增加，宽 w 以 $3cm/s$ 的

速率增加，则当$l=12cm, w=5cm$时，它的对角线增加的速率为 ____________

三、计算

1、（02， 6 分）已知曲线的极坐标方程为$r=1-\cos\theta$，求该曲线对应于$\theta=\frac{\pi}{6}$处的切线与法线的直角坐标方程.

2、（02，7 分）．已知函数$f(x)$在R^{+}上可导， $f(x)>0$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$，且满足

$\lim\limits_{h\to0}(\dfrac{f(x+hx)}{f(x)})^{\frac{1}{h}}=e^{\frac{1}{x}}$，求$f(x)$.

3、（03， 9 分） 设函数 y=y(x)由参数方程$\begin{cases}x=1+2t^{2},\\ y=\int_{1}^{1+2\ln t}\dfrac{e^{u}}{u}du\end{cases}(t>1)$所确定，求

$\dfrac{d^{2}y}{dx^{2}}\Big|_{x=9}$.

4、（03， 10 分）有一平底容器，其内侧壁是由曲线$x=\varphi(y)(y\geq0)$绕 y 轴旋转而成的旋转曲面（如图），容器的底面圆的半径为 2 m.根据设计要求，当以$3m^{3}/\min$的速率向容器内注入液体时，液面的面积将以$\pi m^{2}/\min$的速率均匀扩大（假设注入液体前，容器内无液体）.

(1) 根据 t 时刻液面的面积，写出 t 与$\varphi(y)$之间的关系式；

(2) 求曲线$x=\varphi(y)$的方程.(注：m 表示长度单位米，min 表示时间单位分.)

5、（04， 10 分）设函数$f(x)$在（$-\infty,+\infty$）上有定义, 在区间$[0,2]$上,

$f(x)=x(x^{2}-4)$, 若对任意的x都满足$f(x)=kf(x+2)$, 其中k为常数.

（Ⅰ）写出$f(x)$在$[-2,0]$上的表达式;

（Ⅱ）问k为何值时, $f(x)$在$x=0$处可导.

6、（04，11分）某种飞机在机场降落时, 为了减小滑行距离, 在触地的瞬间, 飞机尾部张开减速伞, 以增大阻力, 使飞机迅速减速并停下来. 现有一质量为$9000kg$的飞机, 着陆时的水平速度为$700km/h$. 经测试, 减速伞打开后, 飞机所受的总阻力与飞机的速度成正比(比例系数为$k=6.0\times10^{6}$). 问从着陆点算起, 飞机滑行的最长距离是多少 注 kg表示千克, km/h表示千米/小时.

7、（07，10 分）已知函数$f(a)$具有二阶导数，且$f'(0)=1$，函数$y=y(x)$由方程$y-xe^{y-1}=1$所确定.设$z=f(\ln y-\sin x)$,求$\dfrac{dz}{dx}\Big|_{x=0}$，$\dfrac{d^{2}z}{dx^{2}}\Big|_{x=0}$.

8、（08，10 分）曲线$y=f(x)$满足$f(0)=1$对于任意的t曲线是严格递增，在x轴上$t>0$，该曲线与直线$x=0, x=t(t>0)$及$y=0$围成一曲边梯形. 该曲边梯形绕x轴旋转一周得一旋转体，其体积为$V(t)$，侧面积为$S(t)$. 如果$f(x)$二阶可导，且$\dfrac{S(t)}{V(t)}=2$，求曲线$y=f(x)$.

9、（10，11 分）设函数$y=f(x)$由参数方程$\begin{cases}x=2t+t^{2}\\ y=\phi(t)\end{cases},(t>-1)$所确定，其中$\phi(t)$具有 2 阶导数，且$\phi(1)=\dfrac{5}{2},\phi'(1)=6$，已知$\dfrac{d^{2}y}{dx^{2}}=\dfrac{3}{4(1+t)}$，求函数$\phi(t)$。