《高等数学》第七章——向量代数与空间解析几何

练习题——王阳

一、判断正误题（判断下列各题是否正确，正确的划√，错误的划×）

（1） $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$. （ ）

（2） $\overrightarrow{AB}=\vec{0}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=0\Leftrightarrow A$ 与 B 重合 $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ 的方向任意. （ ）

（3） 零向量既与任意的向量垂直，又与任意的向量平行. （ ）

（4） 对任意的三点 A,B,C，都有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ 成立. （ ）

（5） 对任意的三点 A,B,C，都有 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$ 成立. （ ）

（6） $\lambda\vec{a}=\vec{0}\Leftrightarrow\lambda=0$ 或 $\vec{a}=\vec{0}$. （ ）

（7） 两向量的夹角既与两向量的模有关又与两向量的方向有关. （ ）

（8） 在空间直角坐标系中，点 M 的坐标为 (x,y,z) 的充要条件是 （ ）

$$\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}=(x,y,z).$$

（9） 设 $\vec{a}=(1,0,1),\vec{b}=(x,y,z)$, 若 $\vec{a}=\vec{b}$, 则 $x=z=1,y=0$. （ ）

（9） 向量 $\vec{a}=(1,0,1)$ 的方向余弦为 $\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}$. （ ）

（10）直线 $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$ 与 $\frac{x}{-1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$. （ ）

（11） $\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}\times$. （ ）

（12） $\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{i}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{j}=0$. （ ）

（13） ΔABC 的面积 $S=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BA}\right|==\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CB}\right|$ （ ）

（14） 三向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 共面的充要条件是 $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=0$ （ ）

（15） 曲面 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1$ 与 xoy 平面的交线方程为 $\begin{cases}y^2+z^2=16\\ x=3\end{cases}$ （ ）

（16） 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z=3\\ z=1\end{cases}$ 在 xoy 面上的投影曲线的方程 $\begin{cases}x^2+y^2=2\\ z=0\end{cases}$ （ ）

二、选择题（将正确答案的序号填写在括号内）

（1） $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$ 成立的充要条件是（ ）

A：向量 $\vec{a},\vec{b}$ 共线　　B：向量 $\vec{a},\vec{b}$ 垂直

C：向量 $\vec{a}=\vec{0}$ 或 $\vec{b}=\vec{0}$　　D：向量 $\vec{a},\vec{b}$ 同方向

（2）下列结论错误的是 （ ）

A： $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.　　B： $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

C： $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$　　D： $\vec{a}+0=\vec{a}$

E： $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$　　F： 若 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$，则 $\vec{a},\vec{b}$ 一定同方向

（3）与 $\vec{a}=(-2,-1,2)$ 同方向的单位向量为（ ）

A： $\vec{e}=(-2,-1,2)$　　B： $\vec{e}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

C： $\vec{e}=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$　　D： $\vec{e}=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

（4）对任意的向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 及任意的实数 λ，下列结论不一定正确的是（ ）

A： $\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}$　　B： $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\vec{c}=\vec{a}\vec{c}+\vec{b}\vec{c}$

C： $\left(\vec{a}\vec{b}\right)\vec{c}=\vec{a}\left(\vec{b}\vec{c}\right)$　　D： $\vec{a}\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$

E： $\left|\vec{a}\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$　　F： $\left(\vec{a}\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2\vec{b}^2$

（5）若 $\vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{0}$, 则下列结论不正确的是（　　）

A：$\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{a},\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{b}$

B：$\vec{a}\times\vec{b}$ 垂直于向量 $\vec{a},\vec{b}$ 所确定的平面

C：$\vec{a}\times\vec{b}$ 的指向按右手规则从 $\vec{a}$ 转向 $\vec{b}$ 来确定

D：$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin<\vec{a},\vec{b}>$

（6）对任意的向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 及任意的实数 λ，下列结论不一定正确的是（　　）

A：$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{a}$　　B：$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{c}$

C：$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{a}\parallel\vec{b}$　　D：$(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=2(\vec{a}\times\vec{b})$

（7）在空间直角坐标系中，下列结论正确的是（　　）

A：x 轴的一般方程为 $\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$　　B：x 轴的参数方程为 $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$

C: x 轴的对称式方程为 $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{0}$　　D: 以上结论都不正确

（8）在空间直角坐标系中，下列结论不正确的是（　　）

A：y 轴的一般方程为 $\begin{cases}x=0\\z=0\end{cases}$　　B：y 轴的参数方程为 $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$

C: y 轴的一般方程为 $y=0$　　D: y 轴的对称式方程为 $\frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z}{0}$

（9）在空间直角坐标系中，下列结论不正确的是（　　）

A：z 轴的一般方程为 $\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$　　B：z 轴的参数方程为 $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$

C: z 轴的一般方程为 $z=0$　　D: z 轴的对称式方程为 $\frac{x}{0}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$

（10）关于平面 π： $x-y-1=0$，下列结论不正确的是（　　）

A：与 z 轴没有交点　　B：与 x 轴的交点坐标为 $(1,0,0)$

C 不过原点：　　D: 与平面 $z-1=0$ 的交线方程为 $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{0}$

（11）空间中，下列结论正确的是（　　）

A：方程 $y^2=z$ 的图形为母线平行于 x 的抛物柱面

B：方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ 的图形为母线平行于 z 的椭圆柱面

C：方程 $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 的图形为母线平行于 y 的双曲柱面

D：方程 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+z^2=1$ 的图形为椭球面

E: 方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1$ 的图形为单叶旋转双曲面

（12）空间中，下列结论不正确的是（　　）

A：方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=\frac{z}{3}$ 的图形为椭圆抛物面

B：方程 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=z$ 的图形为双曲抛物面

C：方程 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{9}=1$ 的图形双叶双曲面

D：方程 $x^2+y^2=4$ 的图形为圆

E：方程 $\sqrt{x^2+y^2}=z$ 的图形为圆锥面

（13）关于平面，下列说法错误的是（　　）

A：与 x 轴平行的平面可设为 $By+Cz+D=0\ (D\neq 0)$

B：与 y 轴平行的平面可设为 $Ax+Cz+D=0\ (D\neq 0)$

C：与 z 轴平行的平面可设为 $Ax+Bz=0$

D：与 yoz 平面平行的平面可设为是 $x+D=0\ (D\neq 0)$

E：与 xoy 平面平行的平面可设为 $z+D=0\ (D\neq 0)$

F：与 xoz 平面平行的平面可设为 $y+D=0\ (D\neq 0)$

三、填空题（将正确答案填写在横线上）

1. 若 $\vec{a}=(x,y,1),\vec{b}=(1,2,1)$ 共线，则 $x=$______　$y=$______ .

2. 若 $\vec{a}=(x,2,1),\vec{b}=(1,0,1)$ 垂直，则 $x=$______ .

3 曲面 $x^2+y^2+z^2=25$ 与平面 $x=3$ 的交线方程为________________ .

4. 平面 $x+2y-3z=6$ 的截距式方程为____________________________ .

5. xoy 的平面上曲线 $y^2=2z$ 绕 z 轴旋转一周产生的抛物面的方程为____________ .

6. 直线 $\begin{cases} x=1 \\ 2y+3z=4 \end{cases}$ 的对称式方程为___________________，参数式方程为_____________ .

7. 平面 $x+y=0$ 与直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z}{1}$ 的夹角为_____________ .

8. 若 $|\vec{a}|=4$, $\vec{a}$ 与轴 u 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 $\mathrm{Pr}\,j_u\vec{a}=$___________ .

9. 过点 $(6,-3,2)$ 与平面 $4x-2y+z=8$ 垂直的直线方程为__________.

10. 过 $M(1,-1,-1)$ 并与直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$ 垂直的平面方程为__________.

12 . 点 $(2,1,0)$ 到平面 $3x+4y+5z=0$ 的距离 $d=$______.

13. 若 $\vec{a}=(1,-2,1)$，$\vec{b}=(1,1,-1)$，则 $\vec{a}\times\vec{b}=$____________，$|\vec{a}\times\vec{b}|=$____________，与 $\vec{a},\vec{b}$ 都垂直的单位向量为_______________________

14. 已知三点 $A(1,1,1),B(1,0,1),C(1,1,0)$,，则

（1）$\overrightarrow{AB}=$____________. $\overrightarrow{AC}=$____________.

（2）$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$____________，$\cos\angle A=$____________.，$\angle A=$____________.

（3）$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=$____________，因此 ΔABC 的面积为____________

（4）取 ΔABC 的所在平面的法向量 $\vec{n}=$____________，从而 ΔABC 的所在平面的点法式方程为________________________，整理得一般方程为________________________

（5）取直线 AB 的方向向量 $\vec{s}=$____________，从而直线 AB 的的对称式方程________________________，过 $D(1,-1,1)$ 并与直线 AB 的平行的直线 L 对称式方程为________________________，参数方程为________________

15 设平面 $\pi_1: x+y+z=-1$，平面 $\pi_2: x-y+z=0$，则

（1）平面 π_1 的法向量 $\vec{n}_1=$____________，平面 π_2 的法向量 $\vec{n}_2=$________，

（2）故 $\vec{n}_1$ 与 $\vec{n}_2$ 的对应坐标____________比例，因此平面 π_1 与平面 π_2 相交，且交线 L 的一般方程为____________，$\vec{s}=$__________是交线 L 的方向向量

（3）直线 $L':\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z}{-1}$ 过 M_0(　　　)，方向向量 $\vec{n}=$____________

（4）由于 $\vec{s}$ 与 $\vec{n}$ 的对应坐标__________成比例，且直线 L' 上点 M_0 不满足直线 L 的方程，故直线 L 与 L' 平行

《高等数学》第七章——向量代数与空间解析几何
自测题——王阳

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、判断题（判断下列各题是否正确，正确的划√，错误的划×，每小题 2 分，共 20 分）

（1） 若 $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$，则 A,B,C 三点一定共线.（ ）

（2） 对任意的向量 $\vec{a},\vec{b}$，都有 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\times\vec{b}$.（ ）

（3） 若 x 轴与平面 $Ax+By+CZ-1=0$ 垂直，则 $A:B:C=1:0:0$.（ ）

（4） 直线 $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{1}$ 与直线 $\begin{cases}x=y\\z=1\end{cases}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$.（ ）

（5） 对任意的向量 $\vec{a}$ 及实数 λ，都有 $\vec{a}\times(\lambda\vec{a})=\vec{0}$.（ ）

（6） $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ 成立的充要条件是向量 $\vec{a},\vec{b}$ 共线.（ ）

（7） 对任意的向量 $\vec{a},\vec{b}$，都有 $(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}+\vec{b})=\vec{0}$.（ ）

（8） $(\vec{a}\times(\vec{a}+\vec{b}))(\vec{a}-\vec{b})=0$.（ ）

（9） 空间中 $x^2+y^2+z^2=1$ 的图形是一个球心在原点半径为 1 的球面.（ ）

（10） 空间中，方程 $\begin{cases}x^2+y^2=1\\y^2+z^2=1\end{cases}$ 的图形母线平行于 z 的圆柱面与母线平行于 x 的圆柱面的交线（ ）

二、单项选择题（将正确答案的序号填写在括号内，每小题 3 分共 18 分）

（1）若 $\overrightarrow{M_1M_2}=\lambda\overrightarrow{M_1M_3}\neq\vec{0}$，则下列结论不一定成立的是（ ）

A：M_1,M_2,M_3 三点共线　　B：$\overrightarrow{M_1M_2}\times\overrightarrow{M_1M_3}=\vec{0}$

C：$|\overrightarrow{M_1M_2}|=|\lambda||\overrightarrow{M_1M_3}|$　　D：$\overrightarrow{M_1M_2}$ 与 $\overrightarrow{M_1M_3}$ 同方向

（2）给定 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, 及实数 λ，$\vec{a}=\vec{b}$ 成立的充要条件是（ ）

A：$\lambda\vec{a}=\lambda\vec{b}$　B：$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$　C：$\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{c}$　D：$\vec{a}\times\vec{c}=\vec{b}\times\vec{c}$

（3）关于平面 π：$x-z=0$，下列结论不正确的是（ ）

A：过原点　　B：与直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{-1}$ 垂直

C：与 y 轴的夹角为 $\frac{\pi}{4}$　　D: 与平面 $y+z=0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$

（4）空间中，下列结论错误的是（ ）

A：方程 $x^2+y^2=1$ 的图形是一个母线平行于 z 轴的圆柱面

B：方程 $x^2+9z^2-1=0$ 的图形是一个母线平行于 y 轴的椭圆柱面

C：方程 $y^2-z^2=1$ 的图形是一个是一个母线平行于 x 轴的双曲柱面

D：方程 $y^2=2x$ 的图形是一个是抛物线

（5）$(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=$（ ）

A：0　B：$2(\vec{b}\times\vec{a})$　C：$\vec{a}^2-\vec{b}^2$　D：$\vec{0}$

（6）下列说法正确的是（ ）

A：旋转抛物面 $z=2(x^2+y^2)$ 可以看做是 xoz 面上的抛物线 $z=2x^2$ 绕 z 轴旋转一周产生的曲面

B：方程 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{36}=1$ 的图形为旋转双曲抛物面

C：方程 $x^2-\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{4}=1$ 的图形单叶双曲面

D：方程 $\sqrt{x^2+y^2}=z$ 的图形为球面

E：方程 $x^2-y^2=z$ 的图形为椭圆抛物面

三、填空题（将正确答案填写在横线上，每小题 3 分，共 21 分）

1. $\vec{i}\cdot\left(\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\right)=$________

2. 若 $\vec{a}=(x,y,-1)$ 与 $\vec{b}=(1,0,-1)$ 共线，则 $x=$______ $y=$______ .

3. 若 $\vec{a}=(x,1,z)$ 与 $\vec{b}=(1,0,1)$ 垂直，则 $x+z=$______ .

4. 若向量 $2\vec{a}=\left(2,0,-2\right)$ ，则向量 $\vec{a}$ 在 x 轴上的射影为________ .

5. 若直线 $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{k}=\frac{z-2}{-1}$ 与平面 $x+y+z-1=0$ 平行， $k=$________ .

6. 求过两点 $A(1,0,0),B(1,0,1)$ 的直线参数方程为________ .

7. 若 $\vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{0}$,则与 $\vec{a},\vec{b}$ 都垂直的单位向量 $\vec{e}=$ ________ .

四、计算题（共 25 分）

1. 求过 $M_0(1,0,1)$ 且与平面 $x+y+z+1=0$ 平行的平面 π 的方程. （5 分）

2. 已知直线 L 过 $M_0(1,1,1)$ 与平面 $x-y+1=0$ 平行，同时又与直线 $\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{0}$ 垂直，求直线 L 的对称式方程 （10 分）

3. 已知 $A(1,0,1),B(1,0,1),C(1,0,0),$

（1）求 A,B,C 所确定的平面 π 的方程 （5 分）

（2）过点原点与平面 π 垂直的直线 L 的方程（5 分）

五、证明题（共 16 分）

已知 $A(0,0,1),B(1,0,1),C(1,0,0),$

（1） 证明 A,B,C 不共线；（4 分）

（2） 证明 ΔABC 的面积为 $\frac{1}{2}$；（4 分）

（3） 证明 $\angle A=\frac{\pi}{4}$.（4 分）

（4） 证明.ΔABC 直角三角形（4 分）